

PROGRAMMA PRELIMINARE DI ARITMETICA 2013-2014
(Ilaria Del Corso)

Proprietà dei numeri naturali. Assioma di buon ordinamento e principio di induzione.

Elementi di calcolo combinatorio: permutazioni, combinazioni, principio di inclusione-esclusione.

Numeri interi: divisione euclidea, divisibilità, massimo comune divisore e minimo comune multiplo, algoritmo di Euclide. Numeri primi, teorema di fattorizzazione unica. Piccolo teorema di Fermat e funzione di Eulero.

Congruenze. Teorema cinese del resto. Equazioni e sistemi di congruenze, equazioni diofantee di primo grado. Relazioni di equivalenza e insiemi quoziente. Struttura delle classi resto.

Gruppi e sottogruppi, gruppi abeliani e gruppi ciclici. Ordine di un elemento di un gruppo. Sottogruppi dei gruppi ciclici. Omomorfismi di gruppi. Classi laterali, sottogruppi normali e gruppo quoziente. Teorema di omomorfismo. Corrispondenza tra i sottogruppi di un gruppo e quelli di un suo quoziente.

Congruenze di secondo grado e congruenze esponenziali.

Numeri complessi: operazioni fondamentali e calcolo delle radici ennesime.

Polinomi a coefficienti razionali, reali, complessi e nei campi con un numero primo di elementi. Proprietà del grado e divisione euclidea. Teorema di Ruffini. Polinomi irriducibili e fattorizzazione unica. Fattorizzazione di polinomi. Criterio di Eisenstein. Radici multiple dei polinomi e criterio della derivata.

Numeri algebrici e numeri trascendenti. Polinomio minimo di un elemento algebrico su un campo. Estensioni algebriche semplici. Torri di estensioni, formula dei gradi. Campo di spezzamento di un polinomio. Campi finiti. Campo di spezzamento del polinomio $X^n - 1$ sui campi finiti.

TESTI DI RIFERIMENTO:

B. Scimemi, *Algebretta*, Ed. Decibel (Zanichelli);

L. Childs, *ALGEBRA, un'introduzione concreta*, ETS Editrice;

I.N. Herstein *Algebra*, Editori Riuniti.